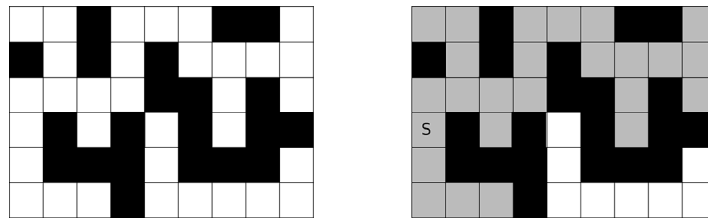


### 2.2.1 Χώρος Αναζήτησης

Ένα πρόβλημα ορίστηκε προηγουμένως ως η τετράδα  $(I, G, T, S)$ , όπου  $S$  είναι ο χώρος καταστάσεων,  $I$  είναι η αρχική κατάσταση,  $G$  είναι το σύνολο των τελικών καταστάσεων, και  $T$  είναι το σύνολο των τελεστών μετάβασης. Σκοπός ενός αλγορίθμου αναζήτησης είναι να προσπαθήσει να βρει τουλάχιστον μία λύση μέσα στο χώρο καταστάσεων. Φυσιολογικά ένας τέτοιος αλγόριθμος πρέπει να εξετάσει μόνον το υποσύνολο του χώρου καταστάσεων το οποίο αφορά στην αρχική κατάσταση. Δοθέντος ενός προβλήματος  $(I, G, T, S)$ , *χώρος αναζήτησης (search space) SP* είναι το σύνολο όλων των καταστάσεων που είναι προσβάσιμες από την αρχική κατάσταση. Τυπικά, μία κατάσταση  $s$  ονομάζεται *προσβάσιμη (accessible)* αν υπάρχει μια ακολουθία τελεστών μετάβασης  $t_1, t_2, \dots, t_k \in T$  τέτοια ώστε  $s = t_k(\dots(t_2(t_1(I))))$ .

Η διαφορά μεταξύ του χώρου καταστάσεων και του χώρου αναζήτησης είναι λεπτή. Ο χώρος αναζήτησης είναι υποσύνολο του χώρου καταστάσεων, δηλαδή  $SP \subseteq S$ . Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι εξ' ορισμού ο χώρος αναζήτησης εξαρτάται από την αρχική κατάσταση, ενώ ο χώρος καταστάσεων όχι. Μόνον όταν όλες οι καταστάσεις του χώρου καταστάσεων είναι προσβάσιμες από την αρχική κατάσταση, οι δύο χώροι ταυτίζονται. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 2.14, ο χώρος καταστάσεων στο πρόβλημα εύρεσης διαδρομής είναι όλη η επιφάνεια του χώρου μαζί με τα εμπόδια. Αν όμως οριστεί μία αρχική κατάσταση τότε ο χώρος αναζήτησης είναι μόνο τα προσβάσιμα σημεία.



Σχήμα 2.14: Ο χώρος αναζήτησης είναι υποσύνολο του χώρου καταστάσεων.

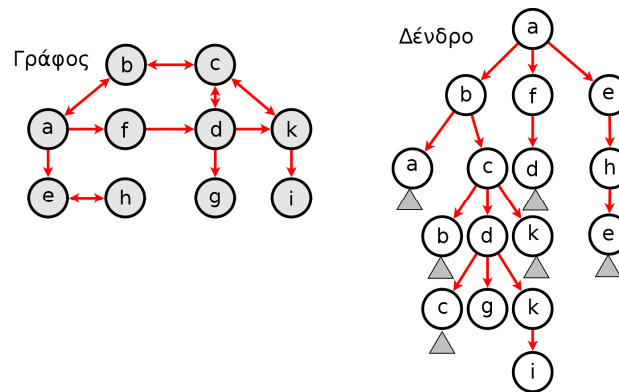
Όπως ο χώρος καταστάσεων, έτσι και ο χώρος αναζήτησης μπορεί να αναπαρασταθεί με γράφο. Είναι πάντα εφικτό να μετατραπεί ο γράφος σε *δένδρο αναζήτησης (search tree)*, το οποίο όμως μπορεί να έχει μονοπάτια απείρου μήκους. Στη συνέχεια, για λόγους απλότητας θα αναφέρονται μόνο δένδρα, χωρίς να χαθεί κάτι από τη γενικότητα. Τα δένδρα αυτά είναι *OR-δένδρα (OR-trees)* γιατί σε κάθε κόμβο μπορεί να εφαρμοστούν εναλλακτικοί τελεστές. Ο Πίνακας 2.5 περιέχει την αντιστοιχία μίας δομής δένδρου με το χώρο αναζήτησης ενός προβλήματος.

Στο Σχήμα 2.15 απεικονίζεται ένας χώρος αναζήτησης και το αντίστοιχο OR-δένδρο. Οι κόμβοι  $a$  μέχρι  $k$  είναι καταστάσεις. Έστω η ρίζα  $a$  είναι η αρχική κατάσταση και τα φύλλα  $g$  και  $i$  είναι η τελική κατάσταση και ένα αδιέξοδο, αντίστοιχα. Οι συνδέσεις μεταξύ κόμβων είναι τα κλαδιά του δένδρου. Μία λύση στο πρόβλημα αναζήτησης αποτελούν τα κλαδιά που συνδέουν με τη σειρά τους κόμβους  $a-b, b-c, c-d, d-g$ . Ο *παράγοντας διακλάδωσης (branching factor)* εκφράζει τον αριθμό των νέων καταστάσεων που προκύπτουν από μία προηγούμενη κατάσταση. Για παράδειγμα, ο παράγοντας διακλάδωσης είναι 3 για τον κόμβο  $a$ , 2 για τον  $f$ , 1 για τον  $e$ , κ.ο.κ. Οι καταστάσεις  $b, f$  και  $e$  βρίσκονται σε βάθος 1, οι  $c, d$  και  $h$  σε βάθος 2 κ.ο.κ. Όπως προα-

ναφέρθηκε, το αντίστοιχο δένδρο μπορεί να έχει και ακολουθία κλαδιών απείρου μήκους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.15.

Πίνακας 2.5: Αντιστοιχία δομής δένδρου και χώρου αναζήτησης.

Τμήμα Δένδρου	Αναπαράσταση
Κόμβος (node)	Κατάσταση
Ρίζα (root)	Αρχική Κατάσταση
Φύλλο (tip, leaf)	Τελική Κατάσταση ή Αδιέξοδο (Dead Node), δηλαδή κατάσταση στην οποία δεν μπορεί να εφαρμοστεί κανένας τελεστής μετάβασης.
Κλαδί (branch)	Τελεστής Μετάβασης που μετατρέπει μια κατάσταση-Γονέα (Parent State) σε μία άλλη κατάσταση-Παιδί (Child State).
Λύση (solution)	Μονοπάτι (Path) που ενώνει την αρχική με μία τελική κατάσταση
Επέκταση (expansion)	Η διαδικασία παραγωγής όλων των καταστάσεων-παιδιών ενός κόμβου.
Παράγοντας Διακλάδωσης (branching factor)	Ο αριθμός των καταστάσεων-Παιδιών που προκύπτουν από μία επέκταση. Επειδή δεν είναι σταθερός αριθμός, αναφέρεται και ως Μέσος Παράγοντας Διακλάδωσης (Average Branching Factor).
Βάθος (depth)	Η απόσταση μίας κατάστασης από την αρχική με βάση τον αριθμό τελεστών που έχουν εφαρμοστεί μέχρι αυτήν την κατάσταση.



Σχήμα 2.15: Χώρος αναζήτησης ως γράφος και ως ισοδύναμο OR-δένδρο.

Το πρόβλημα που παρουσιάζεται στους χώρους αναζήτησης πραγματικών προβλημάτων είναι ο γρήγορος ρυθμός με τον οποίον αναπτύσσεται το δένδρο. Για παράδειγμα, σε ένα τυπικό πρόβλημα μεσαίου μεγέθους, όπου το δένδρο έχει μέσο παράγοντα διακλάδωσης 10 και η λύση βρίσκεται σε βάθος 20, ο χώρος αναζήτησης μπορεί να φτάσει την τάξη του  $10^{20}$ . Το φαινόμενο αυτό της εκθετικής αύξησης του αριθμού των κόμβων του δένδρου ονομάζεται *συνδυαστική έκρηξη* (*combinatorial explosion*). Λόγω της συνδυαστικής έκρηξης αυξάνονται εκθετικά και οι απαιτήσεις ενός αλγορίθμου σε μνήμη και χρόνο, με αποτέλεσμα να είναι πρακτικά αδύνατο να βρεθεί λύση σε πραγματικό χρόνο.

## 2.2.2 Χαρακτηριστικά Αλγορίθμων

Ένας αλγόριθμος είναι μία αυστηρά καθορισμένη ακολουθία βημάτων-εντολών που επιδιώκει να λύσει ένα πρόβλημα. Δοθέντος ενός προβλήματος  $P=(I, G, T, S)$  και μετά την εφαρμογή κάποιου αλγορίθμου στο χώρο αναζήτησής του, προκύπτει το *επιλυμένο πρόβλημα* (*solved problem*), το οποίο ορίζεται ως μία τετράδα  $P_s=(V, A, F, G_s)$ , όπου:

- $V$  είναι το σύνολο των καταστάσεων που εξέτασε ο αλγόριθμος αναζήτησης,
- $A$  είναι ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε,
- $F$  είναι το σύνολο των λύσεων που βρέθηκαν, και
- $G_s$  είναι το σύνολο των τελικών καταστάσεων που εξετάστηκαν.

Η αντιπαράθεση του χώρου καταστάσεων  $S$  ενός προβλήματος, του χώρου αναζήτησης  $SP$  και του συνόλου των καταστάσεων  $V$  που εξετάζει ο αλγόριθμος αναζήτησης, επιτρέπει κάποιες συγκρίσεις που οδηγούν σε ορισμούς νέων εννοιών. Κατ' αρχήν, το σύνολο των καταστάσεων  $V$  που εξέτασε ο αλγόριθμος είναι υποσύνολο του χώρου αναζήτησης ( $V \subseteq SP$ ). Ο πληθάριθμος του  $V$  (ο αριθμός των καταστάσεων που περιέχει) είναι ένα από τα χαρακτηριστικά της αποδοτικότητας του αλγορίθμου. Όταν το σύνολο των καταστάσεων που εξετάζει ο αλγόριθμος για να βρει τις απαιτούμενες λύσεις είναι ίσο με το χώρο αναζήτησης, όταν δηλαδή  $V=SP$ , τότε ο αλγόριθμος ονομάζεται *εξαντλητικός* (*exhaustive*).

Ένας αλγόριθμος δεν λύνει πάντα κάποιο πρόβλημα, έστω και αν υπάρχει κάποια λύση. Τότε τα σύνολα  $G_s$  και  $F$  είναι κενά. Ένας αλγόριθμος αναζήτησης ονομάζεται *πλήρης* (*complete*) αν εγγυάται ότι θα βρει μία λύση για οποιαδήποτε τελική κατάσταση, αν τέτοια λύση υπάρχει. Σε αντίθετη περίπτωση, ο αλγόριθμος ονομάζεται *μη-πλήρης* (*incomplete*). Η πληρότητα ενός αλγορίθμου μπορεί να αποδειχθεί μόνο με μαθηματικές μεθόδους. Ωστόσο για ορισμένες περιπτώσεις είναι σίγουρο πως αν ο αλγόριθμος δεν βρει λύση, τότε οπωσδήποτε δεν υπάρχει λύση στο πρόβλημα, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση που ένας αλγόριθμος είναι εξαντλητικός. Η μη εύρεση λύσης από έναν πλήρη αλγόριθμο είναι εξίσου σημαντική με την εύρεση λύσης (αν υπήρχε) στο ίδιο πρόβλημα.

Μερικά προβλήματα έχουν διατεταγμένο το σύνολο των τελικών καταστάσεων, σύμφωνα με τη σημαντικότητα - αξία της κάθε τελικής κατάστασης. Μία λύση ονομάζεται *βέλτιστη* (*optimal*) αν οδηγεί στην καλύτερη, σύμφωνα με τη διάταξη, τελική κατάσταση. Όταν δεν υπάρχει διάταξη, μία λύση ονομάζεται *βέλτιστη* αν είναι η συντομότερη (*shortest*), δηλαδή αν περιέχει το μικρότερο αριθμό τελεστών μετάβασης που οδηγούν σε κάποια τελική κατάσταση. Διαφορετικοί αλγόριθμοι βρίσκουν λύσεις διαφορετικής ποιότητας. Ένας αλγόριθμος αναζήτησης καλείται *αποδεκτός* (*admissible*) αν εγγυάται ότι θα βρει τη *βέλτιστη* λύση, αν μια τέτοια λύση υπάρχει.

### 2.2.3 Διαδικασία Επιλογής ενός Αλγορίθμου Αναζήτησης

Δοθέντος ενός προβλήματος, είναι σημαντικό να επιλεγεί ο καταλληλότερος αλγόριθμος για την επίλυσή του. Η επιλογή αυτή γίνεται βάσει κάποιων κριτηρίων τα οποία όμως δεν μπορεί να τυποποιηθούν. Η επιλογή εξαρτάται κυρίως από τη φύση του προβλήματος και σε μεγάλο βαθμό από τους συμβιβασμούς που πρέπει να γίνουν. Για παράδειγμα, μπορεί κάποιος να είναι διατεθειμένος να θυσιάσει την αποδοτικότητα σε χώρο ή χρόνο προς χάριν της καλύτερης λύσης ή να θυσιάσει την πληρότητα, επιδιώκοντας τη γρήγορη εύρεση οποιασδήποτε λύσης. Εν συντομία, η επιλογή ενός αλγορίθμου βασίζεται στα εξής κριτήρια:

- τον αριθμό των καταστάσεων που αυτός επισκέπτεται,