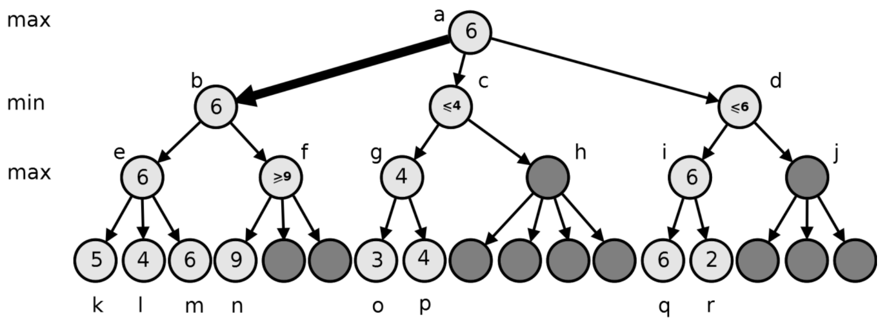
Ας υποθέσουμε ότι στο επόμενο επίπεδο βρίσκονται οι τερματικές καταστάσεις. Αναπτύσσεται λοιπόν η *k* και αξιολογείται με 5. Μέχρι στιγμής κανένα συμπέρασμα δεν μπορεί να βγει εκτός του ότι η κατάσταση *e* θα έχει τιμή ≥5. Επομένως η αναζήτηση προχωρά στην επόμενη κατάσταση *l* που αξιολογείται με 4. Η τιμή του *e* προφανώς δεν αλλάζει. Αλλάζει όμως όταν αξιολογηθεί η κατάσταση *m* με 6, και επομένως η τιμή της *e* γίνεται πια συγκεκριμένη και ίση με 6.

Η αναζήτηση προχωρά στην κατάσταση *f* και μετά στην εύρεση των τριών εναλλακτικών με πρώτη την *n* που αξιολογείται με 9. Αυτό σημαίνει ότι η τιμή f θα είναι ≥9 (αν οι καταστάσεις-αδέλφια δεξιά του *n* έχουν κάτι μεγαλύτερο από *9* τότε το μεγαλύτερο στον *f* θα είναι αυτό, αν όχι το μεγαλύτερο θα είναι το 9). Αλλά, ο παίκτης min μεταξύ των εναλλακτικών κινήσεων της *b* που οδηγούν σε *e* και *f,* θα διάλεγε πάντα την *e*. Και αυτό γιατί το ελάχιστο (min) μεταξύ του 6 και ενός αριθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 9 είναι πάντα το 6. Άρα δεν υπάρχει λόγος να αξιολογηθούν οι καταστάσεις-αδέλφια της *n* οι οποίες και κλαδεύονται.



Σχήμα 5.11: Η λειτουργία του αλγορίθμου ΑΒ σε δένδρα μεγαλύτερου βάθους.

Η αναζήτηση με όμοιο τρόπο προχωρά στην κατάσταση *c*, μετά στην *g* και τελικά στην *o* που αξιολογεί με 3. Αυτό σημαίνει ότι η τιμή της *g* θα είναι ≥3. Με βάση μόνον αυτό δεν μπορεί ο αλγόριθμος να κάνει κάποιο κλάδεμα. Προχωράει λοιπόν στην αξιολόγηση της *p* με 4. Επομένως, η τιμή της *g* είναι τελικά 4. Άρα η τιμή της *c* θα είναι ≤4. O max λοιπόν που παίζει στο *a* μεταξύ του 6 της *b* και οποιουδήποτε αριθμού ≤4 της *c*, θα διάλεγε για μεγαλύτερο πάντα τον 6. Επομένως το υποδένδρο που αρχίζει από το *h* δεν υπάρχει λόγος να εξεταστεί και κλαδεύεται.

Όμοια η τιμή του *d* θα είναι ≤6. O max λοιπόν που παίζει στο *a* μεταξύ του 6 της *b* και οποιουδήποτε αριθμού ≤6 της *d*, θα διάλεγε για μεγαλύτερο πάντα τον 6. Επομένως το υποδένδρο που αρχίζει από το *j* δεν υπάρχει λόγος να εξεταστεί και κλαδεύεται. Εδώ γίνεται η υπόθεση, ότι αν η τελική τιμή της *d* είναι 6, ο max θα διάλεγε μία εκ των κινήσεων που οδηγούν είτε στο *b* ή στο *d*. Συνεπώς διαλέγει ως καλύτερη την αριστερότερη κίνηση για να συνεχίσει το παιχνίδι. Βλέπουμε ότι στην περίπτωση αυτή ο ΑΒ εξετάζει 8 τερματικές καταστάσεις έναντι 17 που θα εξέταζε ο Minimax.

5.5 Σύγκριση του Alpha-Beta με τον Minimax

Το κρίσιμο ερώτημα είναι κατά πόσο ο αλγόριθμος ΑΒ είναι καλύτερος από τον Minimax. Η απάντηση βρίσκεται στον αριθμό των κόμβων που επισκέπτεται ο καθένας και εξαρτάται από τη διάταξη των καταστάσεων στο δένδρο παιχνιδιού. Όπως και στον αλγόριθμο B&B, το κλάδεμα εξαρτάται από τη διάταξη των τερματικών καταστάσεων. Σε ένα *διατεταγμένο δένδρο παιχνιδιού* (*ordered game tree*), η καλύτερη κατάσταση-παιδί βρίσκεται πάντα στα αριστερά της κατάστασης-γονέα. Η σειρά των υπολοίπων καταστάσεων-παιδιών δεν παίζει κανένα ρόλο. Υπάρχουν μηχανισμοί που μπορούν να πετύχουν τέτοιου είδους διάταξη με καλή προσέγγιση. Η διάταξη αυτή είναι καθαρά ευρετική, γιατί αν ήταν εκ των προτέρων γνωστό ποια είναι η καλύτερη κατάσταση-παιδί, άρα και η καλύτερη κίνηση, δεν θα χρειαζόταν καθόλου η αναζήτηση. Αποδεικνύεται ότι αν το δένδρο παιχνιδιού με βάθος d και παράγοντα διακλάδωσης b είναι τέλεια διατεταγμένο (ακραία περίπτωση), τότε οι τερματικές καταστάσεις στις οποίες εφαρμόζεται η συνάρτηση αξιολόγησης είναι:

$2 \times b^{d/2} - 1$ όταν το d είναι ζυγός αριθμός

$b^{(d+1)/2} + b^{(d-1)/2} - 1$ όταν το d είναι μονός αριθμός

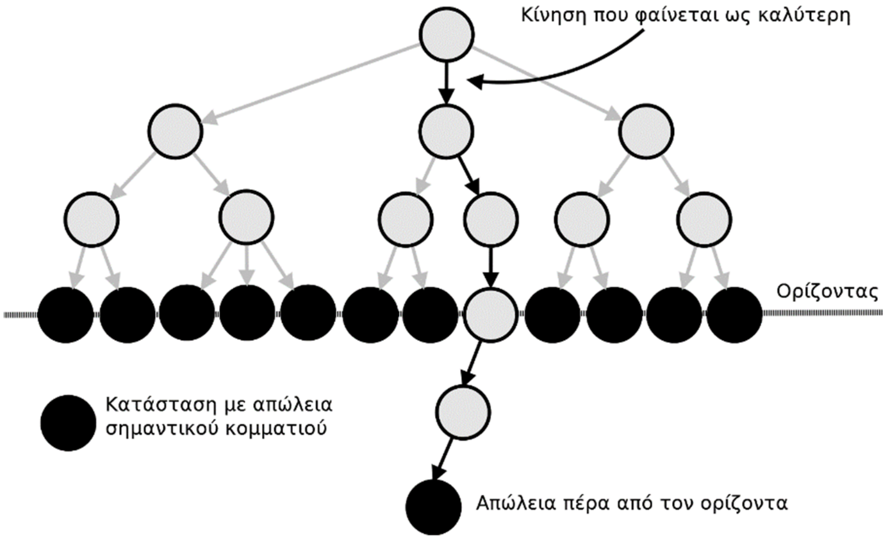
Μία καλή προσέγγιση των τύπων είναι η $\sqrt{N}$, όπου N είναι οι τερματικοί κόμβοι που εξετάζει ο αλγόριθμος Minimax. Στην καλύτερη λοιπόν περίπτωση ο αλγόριθμος AB έχει την παραπάνω απόδοση. Αντίθετα, στη χειρότερη περίπτωση, δηλαδή όταν το δένδρο είναι αντίστροφα διατεταγμένο, ο AB λειτουργεί ακριβώς όπως ο Minimax. Σε μία ενδιάμεση περίπτωση ο αριθμός των τερματικών καταστάσεων είναι μεταξύ N και $\sqrt{N}$. Η τελευταία είναι και η πιο συνηθισμένη περίπτωση, αφού απόλυτα σωστή διάταξη είναι αδύνατο να επιτευχθεί.

Όταν οι αλγόριθμοι AB και Minimax εφαρμόζονται σε πολύπλοκα παίγνια δεν έχουν καλή απόδοση. Η απόδοσή τους βελτιώνεται με διάφορες μεθόδους, μερικές από τις οποίες είναι:

- Ευρετικό κλάδεμα του δένδρου παιχνιδιού, όπως ακριβώς κάνουν οι έμπειροι παίκτες.
- Δυναμική αντί στατικής συνάρτησης αξιολόγησης, δηλαδή η συνάρτηση να έχει παραμέτρους που εξαρτώνται από την εξέλιξη του παιχνιδιού.
- Αποθήκευση τιμών των τερματικών καταστάσεων (*transposition tables*), έτσι ώστε να αποφεύγεται η χρήση της συνάρτησης αξιολόγησης σε όμοιες καταστάσεις.
- Προκαθορισμένες κινήσεις (χωρίς αναζήτηση) σε αρχικές και τελικές φάσεις του παιχνιδιού (*Openings*, *End Game moves*).

Το γνωστότερο πρόβλημα στους αλγορίθμους που αναφέρθηκαν είναι το *φαινόμενο του ορίζοντα* (*horizon effect*). Η κακή εξέλιξη του παιχνιδιού δεν μπορεί να αποφευχθεί λόγω του συγκεκριμένου βάθους δημιουργίας του δένδρου (ορίζοντα). Για παράδειγμα, πολλές φορές φαίνεται ότι θα αποφευχθεί η απώλεια κάποιου κομματιού στο σκάκι έστω και αν θυσιαστεί κάτι άλλο στη θέση του. Στην πραγματικότητα η απώλεια είναι αναπόφευκτη, απλά το αναπόφευκτο δεν φαίνεται γιατί βρίσκεται πέρα από τον ορίζοντα, δηλαδή πέρα από το βάθος της αναζήτησης (Σχήμα 5.12). Αυτό φυσικά οδηγεί σε μάταιη θυσία του δεύτερου κομματιού. Μέρος του προβλήματος επιλύεται όταν η αναζήτηση γίνεται πιο βαθιά σε ορισμένα μόνο σημεία, χρησιμοποιώντας ειδικούς αλγορίθμους που ονομάζονται *ανιχνευτές* (*scouts*). Για παράδειγμα στο συγκεκριμένο δένδρο, η αναζήτηση θα μπορούσε να συνεχιστεί τοπικά και μετά την τερματική κατάσταση που μοιάζει καλύτερη, ώστε να ανιχνευτεί η απώλεια του σημαντικού κομματιού που πιθανά ο αλγόριθμος επιμένει να μην χάσει.

Η σύγκριση ενός προγράμματος με έναν έμπειρο παίκτη αποδεικνύει έμπρακτα ότι η υπολογιστική δύναμη των μηχανών, αν και είναι τρομακτική στους σύγχρονους υπολογιστές, δεν είναι ικανή να αναπληρώσει την έλλειψη εμπειρίας και γνώσης. Αυτό είναι κάτι που γενικά ισχύει στην ΤΝ και γι' αυτό γίνονται τεράστιες προσπάθειες η εκμάθηση και η εμπειρία να αποτελέσουν χαρακτηριστικό κάθε τεχνητής οντότητας που επιδεικνύει νοημοσύνη. Υπάρχουν ωστόσο και εναλλακτικές προσεγγίσεις ώστε να ενσωματωθεί η εμπειρία των ανθρώπων στις μηχανές. Μια από αυτές είναι και το ALPHAGO το οποίο χρησιμοποιεί αλγορίθμους μηχανικής μάθησης που τροφοδοτούνται με μεγάλο αριθμό παρτίδων Go, που έχουν παιχτεί από ανθρώπους.



Σχήμα 5.12: Το φαινόμενο του ορίζοντα σε δένδρο παιχνιδιού.

5.6 Βασικά στοιχεία Θεωρίας Παιγνίων

Στο κεφάλαιο αυτό είδαμε μία ειδική κατηγορία παιγνίων που χαρακτηρίζονται ως παίγνια δυο αντιπάλων απόλυτης πληροφορίας. Γενικότερα όμως, η *Θεωρία Παιγνίων* (*Game Theory*) είναι ο επιστημονικός τομέας ο οποίος ασχολείται με τη λήψη αποφάσεων, κάτι το οποίο προϋποθέτει ευφυΐα και λογική συμπεριφορά από αυτούς που λαμβάνουν τις αποφάσεις, δηλαδή τους παίκτες.

Παίγνιο είναι μία τυπική αναπαράσταση μιας κατάστασης στην οποία ένας αριθμός από παίκτες αλληλεπιδρούν σε ένα περιβάλλον που ο καθένας είναι στρατηγικά ανεξάρτητος. Θεωρούμε ότι οι παίκτες έχουν *ορθολογική συμπεριφορά* (*rational behavior*) (σε αντίθεση με την συναισθηματική ή μη σώφρονα συμπεριφορά) και ότι ο καθένας θέλει να επιτύχει το καλύτερο αποτέλεσμα που μπορεί. Στα παίγνια, το πόσο καλό είναι ένα αποτέλεσμα για κάποιον παίκτη εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις αποφάσεις και τις ενέργειες που κάνει ο ίδιος αλλά και από εκείνες που κάνουν οι άλλοι παίκτες. Οι ενέργειες που αντιστοιχούν σε κάθε παίκτη ονομάζεται και *στρατηγικές* (*strategies*).