13.3.2 Υπολογισμός Συντελεστών Βεβαιότητας

Οι συντελεστές βεβαιότητας μπορεί να υπολογιστούν με τη βοήθεια δύο άλλων κατά βάση εμπειρικών μεγεθών (δεν προκύπτουν δηλαδή θεωρητικά), το *μέτρο πίστης* και το *μέτρο δυσπιστίας*.

Έστω μια υπόθεση *H* (π.χ. *πάσχει από γρίπη*) και ένα παρατηρούμενο γεγονός *E* (π.χ. *έχει πυρετό*). Το *μέτρο πίστης* (*measure of belief*) *MB*(*H*,*E*) μετρά σε τι βαθμό η πίστη μας για την *H* υποστηρίζεται από το γεγονός *E* και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$MB(H,E) = \begin{cases} 1 & \varepsilon\alpha\nu\ p(H) = 1 \\ \frac{p(H|E)-p(H)}{1-p(H)} & \varepsilon\alpha\nu\ p(H) < 1 \end{cases} \qquad (8)$$

Η σχέση (8) ποσοτικοποιεί το βαθμό κατά τον οποίο το γεγονός *E* αυξάνει την ποσότητα $p(H|E)–p(H)$, αναλογικά με την μέγιστη δυνατή αύξηση $1–p(H)$. Για την αποφυγή αρνητικών αριθμών η (8) χρησιμοποιείται στην απλοποιημένη εκδοχή:

$$MB(H,E) = \begin{cases} 1 & \varepsilon\alpha\nu\ p(H) = 1 \\ \frac{\max(p(H|E),p(H))-p(H)}{1-p(H)} & \varepsilon\alpha\nu\ p(H) < 1 \end{cases} \qquad (9)$$

οπότε η τιμή του *MB* κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1. Όπως αναμένει κανείς, το *μέτρο πίστης* για την *H* με βάση την παρατήρηση *E* γίνεται μηδέν αν $p(H) \geq p(H|E)$ καθώς τότε η παρατήρηση *E* δεν συμβάλει στο να πιστέψουμε στην *H* περισσότερο.

Το *μέτρο δυσπιστίας* (*measure of disbelief*) *MD*(*H*,*E*) μετρά σε τι βαθμό η δυσπιστία μας για την *H* υποστηρίζεται από το γεγονός *E* και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$MD(H,E) = \begin{cases} 1 & \varepsilon\alpha\nu\ p(H) = 0 \\ \frac{p(H)-p(H|E)}{p(H)} & \varepsilon\alpha\nu\ p(H) > 0 \end{cases} \qquad (10)$$

Όπως και με το *μέτρο πίστης* έτσι κι εδώ η εξίσωση (10) χρησιμοποιείται σε μια απλουστευμένη εκδοχή για να κρατηθεί η τιμή της μεταξύ 0 και 1:

$$MD(H,E) = \begin{cases} 1 & \varepsilon\alpha\nu\ p(H) = 0 \\ \frac{\min(p(H|E),p(H))-p(H)}{-p(H)} & \varepsilon\alpha\nu\ p(H) > 0 \end{cases} \qquad (11)$$

Παρόμοια με πριν, το *μέτρο δυσπιστίας* για την *H* με βάση την παρατήρηση *E* γίνεται μηδέν αν $p(H) \leq p(H|E)$ καθώς τότε η παρατήρηση *E* δεν συμβάλει περισσότερο στη δυσπιστία μας έναντι της *H*.

Υιοθετώντας τις σχέσεις (9) και (11), επειδή δεν είναι δυνατό το $p(H|E)$ να είναι ταυτόχρονα μεγαλύτερο και μικρότερα από το $p(H)$, τουλάχιστον ένα από τα *MB* και *MD* είναι πάντα μηδέν.

Έχοντας ορίσει τα *MB* και *MD*, ο συντελεστής βεβαιότητας *CF* ορίζεται ως:

$$CF(H,E) = MB(H,E) - MD(H,E) \qquad (12)$$

(η διαφορά δηλαδή μεταξύ πίστης και δυσπιστίας) και παίρνει τιμές μεταξύ -1 και 1.

Ορισμένες χαρακτηριστικές τιμές *CF* είναι οι ακόλουθες:

- Όταν είμαστε απόλυτα βέβαιοι για την ισχύ της *H*, δηλαδή $p(H|E)=1$, τότε $MB=1$, $MD=0$ και $CF=1$ ή αλλιώς η παρατήρηση *E* αποδεικνύει την *H*.

- Όταν είμαστε απόλυτα βέβαιοι για την άρνηση της H, δηλαδή όταν $p(\neg H|E)=1$, τότε $MB=0$, $MD=1$ και $CF=-1$.
- Απουσία κάποιας ένδειξης E, δηλαδή όταν $p(H|E)=p(H)$, τότε $MB=MD=CF=0$. Φυσικά, με τις εξισώσεις (8) και (10) είναι δυνατό μηδενισμός της CF να οφείλεται σε $MB=MD$, οπότε τότε η *πίστη* ακυρώνεται από την *δυσπιστία*.
- $CF>0$ σημαίνει ότι το γεγονός E υποστηρίζει την υπόθεση H καθώς $MB>MD$.
- $CF<0$ σημαίνει ότι το γεγονός E συμβάλει στην άρνηση της H καθώς $MB<MD$, δηλαδή έχουμε περισσότερο λόγο να δυσπιστούμε έναντι της H παρά να την πιστέψουμε.

Οι συντελεστές βεβαιότητας είναι ένας τρόπος συνδυασμού πίστης και δυσπιστίας σε έναν αριθμό και εισήχθησαν στο έμπειρο σύστημα MYCIN ώστε να είναι εφικτή η ταξινόμηση των διαφόρων υποθέσεων (κανόνων) ως προς τη σημαντικότητά τους. Οι συντελεστές βεβαιότητας επιτρέπουν να εκφράσουμε την πίστη μας σε μια υπόθεση H χωρίς να υποχρεούμαστε να εκφράσουμε ταυτόχρονα τη δυσπιστία μας στην $\neg H$ (όπως ισχύει στη θεωρία πιθανοτήτων) καθώς $CF(H,E)+CF(\neg H,E) \neq 1$. Στην πραγματικότητα, οι ενδείξεις που υποστηρίζουν μια υπόθεση μειώνουν ισόποσα την υποστήριξη στην άρνηση της υπόθεσης και επομένως ισχύει: $CF(H,E)+CF(\neg H,E) = 0$.

Βέβαια, διαπιστώθηκε ότι στη σχέση (12), ένα μοναδικό αλλά ισχυρό αρνητικό γεγονός μπορούσε να υπερκεράσει πολλά αλλά αδύναμα θετικά γεγονότα, και το αντίθετο. Για το λόγο αυτό η (12) τροποποιήθηκε αργότερα σε:

$$CF = \frac{MB-MD}{1-\min(MB,MD)} \tag{13}$$

Παράδειγμα υπολογισμού CF

Έστω η υπόθεση H="*ο ασθενής πάσχει από υπέρταση*" και η παρατήρηση E="*έχει ημικρανία*". Να υπολογιστεί ο συντελεστής βεβαιότητας $CF(H,E)$, δηλαδή του κανόνα:

if *ημικρανία* then *υπέρταση CF*.

με βάση τα ακόλουθα δεδομένα:

		Ημικρανία	
		E	¬*E*
Υπέρταση	*H*	0.19	0.41
	¬*H*	0.34	0.06

Είναι: $p(H)$= 0.19+0.41=0.6 και $p(H|E)$= 0.19/(0.19+0.34)=0.358

Άρα από την (9) προκύπτει MB=(max(0.358, 0.6)–0.6)/(1–0.6)=0, ενώ από την (11) MD=(min(0.358,0.6) –0.6)/(–0.6)=0.403. Επομένως από την (13) CF= –0.403.

13.3.3 Συντελεστές Βεβαιότητας στα Γεγονότα

Εκτός από τη βεβαιότητα που συνοδεύει τον κανόνα, είναι δυνατό να ορισθούν τιμές βεβαιότητας και στην τιμή του γεγονότος (ή των γεγονότων) του κανόνα. Σε αυτήν την περίπτωση, η τελική βεβαιότητα του υποθετικού συμπεράσματος είναι το γινόμενο των βεβαιοτήτων. Για παράδειγμα, στον κανόνα:

if $πυρετός_{CF=0.7}$ then *γρίπη* CF=0.8

το γεγονός ότι ο ασθενής έχει πυρετό καταγράφεται με βεβαιότητα 0.7. Κάτι τέτοιο είναι δυνατό, όπως για παράδειγμα όταν ο πυρετός δε μετριέται με θερμόμετρο αλλά εκτιμάται με την αφή. Σε αυτήν την περίπτωση, η βεβαιότητα για το υποθετικό συμπέρασμα του κανόνα δίνεται από το γινόμενο των *CF* του *if* και του *then* τμήματος.

$$CF=CF_{if} \cdot CF_{then} \qquad (14)$$

Επομένως, στο παράδειγμα θα είναι: $CF=CF_{if} \cdot CF_{then} = 0.7 \cdot 0.8 = 0.56$.

13.3.4 Υπολογισμοί με CF

Πολλαπλές συνθήκες στο if τμήμα

Αν υπάρχουν περισσότερες από μία συνθήκες στο *if* τμήμα του κανόνα που συνδέονται με AND (ή με OR) τότε ως συντελεστής βεβαιότητας του *if* τμήματος θεωρείται η μικρότερη (ή η μεγαλύτερη) τιμή *CF* που εμφανίζεται. Αυτό οφείλεται στο ότι σε τέτοιες περιπτώσεις η βεβαιότητα καθορίζεται από το βαθμό βεβαιότητας του λιγότερο (ή του περισσότερο) πιθανού γεγονότος. Η ύπαρξη NOT αλλάζει το πρόσημο στην τιμή βεβαιότητας του γεγονότος. Ο συνολικός συντελεστής βεβαιότητας ενός κανόνα με πολλές συνθήκες προκύπτει και πάλι από το γινόμενο του συνολικού συντελεστή βεβαιότητας του αριστερού τμήματος και του συντελεστή βεβαιότητας του υποθετικού συμπεράσματος. Για παράδειγμα, στον κανόνα:

if $πυρετός_{CF=0.7}$ and $συνάχι_{CF=0.6}$ then *γρίπη* CF=0.9

ο συνολικός συντελεστής βεβαιότητας των γεγονότων που καταγράφονται, δηλαδή του αριστερού τμήματος του κανόνα, είναι:

$CF_{if} = \min(CF_{πυρετός}, CF_{συνάχι}) = \min(0.7, 0.6) = 0.6$

ενώ από τη (14) το υποθετικό συμπέρασμα ότι ο ασθενής έχει γρίπη συνάγεται με βεβαιότητα: $CF_{γρίπη} = CF_{if} \cdot 0.9 = 0.54$.

Παράλληλος συνδυασμός κανόνων

Στην περίπτωση που η βεβαιότητα κάποιου υποθετικού συμπεράσματος είναι ήδη CF_p και η ενεργοποίηση ενός άλλου κανόνα συνάγει το ίδιο υποθετικό συμπέρασμα με βεβαιότητα CF_n, τότε η συνολική βεβαιότητα του υποθετικού συμπεράσματος καθορίζεται από τα πρόσημα των CF_p και CF_n βάσει των παρακάτω σχέσεων:

- Αν CF_p>0 και CF_n>0, τότε:

  $$CF = CF_p + CF_n - CF_n \cdot CF_p \qquad (15)$$

  δηλαδή η βεβαιότητα του ενός κανόνα για την *αλήθεια* του συμπεράσματος ενισχύει την βεβαιότητα του άλλου κανόνα, καθώς $CF > CF_p$ και $CF > CF_n$.

- Αν CF_p<0 και CF_n<0, τότε:

  $$CF = CF_p + CF_n + CF_n \cdot CF_p \qquad (16)$$

  δηλαδή η βεβαιότητα του ενός κανόνα για το *ψεύδος* του συμπεράσματος ενισχύει την βεβαιότητα του άλλου κανόνα, καθώς $CF < CF_p$ και $CF < CF_n$.

- Αν $CF_p \cdot CF_n$<0, δηλαδή τα CF_p και CF_n είναι ετερόσημα, τότε: