
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Περιγραφή Προβλημάτων και Αναζήτηση Λύσης

Ασκήσεις - Ερωτήσεις

1. Ορίστε το χώρο καταστάσεων και τους τελεστές μετάβασης στο πρόβλημα του N-puzzle.
2. Έστω ένας ανελκυστήρας σε ένα κτίριο, με χωρητικότητα C άτομα, ενώ E άτομα είναι ήδη μέσα σε αυτόν. Το κτίριο έχει N ορόφους και ένα ισόγειο. Σε κάθε όροφο N_i υπάρχουν P_i επιβάτες που περιμένουν να μεταφερθούν στο ισόγειο. Ο ανελκυστήρας μπορεί να μετακινείται προς τα πάνω ή προς τα κάτω, μπορεί να αποφασίσει να μη σταματήσει σε ένα συγκεκριμένο όροφο για διάφορους λόγους, ακόμη και αν υπάρχουν άνθρωποι που περιμένουν εκεί. Όταν ο ανελκυστήρας σταματήσει σε έναν όροφο, μπορεί να δεχθεί οποιονδήποτε αριθμό επιβατών, με την προϋπόθεση ότι ο συνολικός αριθμός επιβατών δεν υπερβαίνει τη χωρητικότητα του ανελκυστήρα. Να θεωρηθεί ότι ο κόσμος του προβλήματος είναι κλειστός, δηλαδή κανένας νέος επιβάτης δεν εμφανίζεται έως ότου μεταφερθούν στο ισόγειο όλοι οι αρχικοί επιβάτες. Έστω το πρόβλημα για $C=7$, $N=5$, $P_1=1$, $P_2=8$, $P_3=2$, $P_4=5$ και $P_5=10$, ενώ ο ανελκυστήρας έχει αρχικά $E=3$ επιβάτες και βρίσκεται στον 1^ο όροφο.
 - α) Να οριστεί το παραπάνω πρόβλημα ως ένα πρόβλημα αναζήτησης.
 - β) Να σχεδιαστεί μέρος του χώρου καταστάσεων.
3. Το πρόβλημα του ταξιδιωτικού σάκου (knapsack problem) είναι ένα πρόβλημα που χρησιμοποιείται ευρέως στην επιχειρησιακή έρευνα. Δοθέντων N αντικειμένων, κάθε ένα από τα οποία, έστω i , έχει μια αξία p_i και ένα βάρος w_i , καθώς και ενός σάκου χωρητικότητας M μονάδων βάρους, το πρόβλημα είναι να τοποθετηθούν όσο το δυνατόν περισσότερα αντικείμενα μέσα στο σάκο χωρίς να γίνει υπέρβαση της χωρητικότητάς του, με ζητούμενο τη μεγιστοποίηση της αξίας των αντικειμένων που τοποθετήθηκαν μέσα σε αυτόν.
 - α) Περιγράψτε τις ιδιότητες που χαρακτηρίζουν μια έγκυρη κατάσταση του χώρου καταστάσεων.
 - β) Σχεδιάστε μέρος του χώρου αναζήτησης του προβλήματος (3 καταστάσεις) για ένα μικρό πρόβλημα, έστω με 4 αντικείμενα.

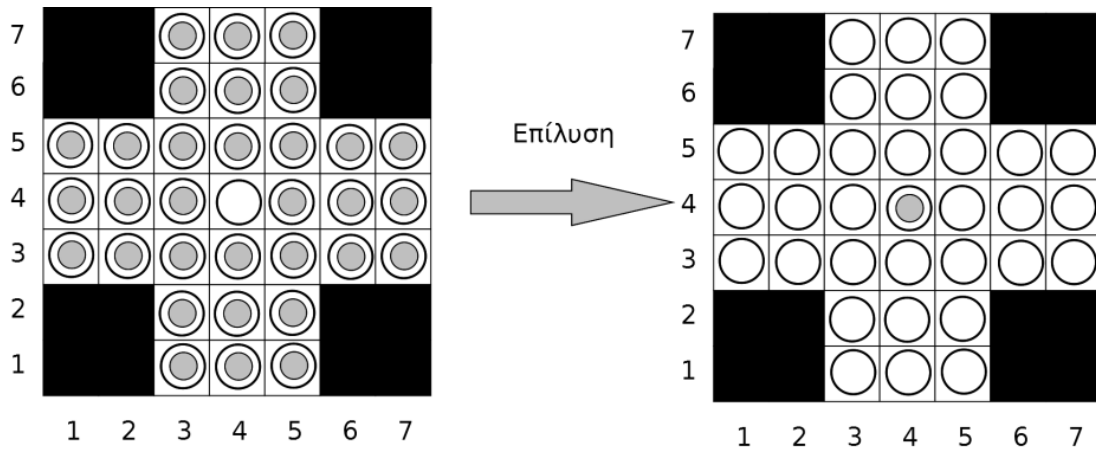
4. Περιγράψτε στο χώρο καταστάσεων το πρόβλημα των πύργων του Ανόι.
5. Περιγράψτε με αναγωγή το πρόβλημα εύρεσης διαδρομής σε χώρο με εμπόδια.
6. Μία κατασκευαστική εταιρεία έχει έναν αριθμό έργων να αναθέσει σε κάποιους υπεργολάβους. Κάθε έργο $Contract_i$ έχει:
 - Διάρκεια περαίωσης CT_i , δηλαδή σε πόσο χρονικό διάστημα ο εταιρία πρέπει να παραδώσει το έργο.
 - Ημερομηνία παραχώρησης RD_i , δηλαδή πότε η εταιρία αρχίζει να δουλεύει στο έργο.

Ένας υπεργολάβος μπορεί να δουλεύει μόνο ένα έργο σε κάθε χρονική στιγμή. Για να του ανατεθεί ένα νέο έργο πρέπει να έχει τελειώσει αυτό που έχει. Η κατασκευαστική εταιρία θέλει να φτιάξει ένα πλάνο για όλα τα έργα της, δηλαδή να βρει την ημερομηνία έναρξης κάθε έργου. Ο συνολικός χρόνος περαίωσης όλων των έργων (*makespan*) είναι σημαντικός για το συνολικό κόστος. Στο πλάνο που θα δημιουργηθεί πιθανά να υπάρχουν κενά διαστήματα, δηλαδή χρονικές περιόδους στις οποίες η εταιρία περιμένει να της παραχωρηθεί το επόμενο έργο. Το πρόβλημα είναι γνωστό ως το *πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού υπεργολάβων* (*subcontractor scheduling problem*). Να οριστεί το παραπάνω πρόβλημα ως ένα πρόβλημα αναζήτησης.

7. Μία εταιρία κινητής τηλεφωνίας έχει έναν αριθμό τεχνικών οι οποίοι επιδιορθώνουν βλάβες που προκύπτουν στο δίκτυο. Κάθε μέρα η εταιρία φτιάχνει μία λίστα από επισκευαστικές δουλειές που πρέπει να γίνουν και τις αναθέτει σε τεχνικούς της. Όμως υπάρχουν συγκεκριμένοι περιορισμοί:
 - κάθε τεχνικός μπορεί να επιδιορθώσει μόνο μία βλάβη την ημέρα και
 - κάθε τεχνικός μπορεί να επιδιορθώσει μόνο συγκεκριμένου τύπου βλάβες, ως υποθέσουμε ακριβώς τις μισές από όλους τους τύπους των βλαβών.

Γενικά, ένα *πρόβλημα ανάθεσης εργασίας* (*Job Allocation Problem*) μεγέθους N αποτελείται από N εργάτες και N εργασίες που πρέπει να ανατεθούν, με κάθε εργάτη να μπορεί να αναλάβει τις μισές $N/2$ από αυτές. Λύση στο πρόβλημα αυτό είναι η ανάθεση όλων των εργασιών στους εργάτες, χωρίς όμως να υπάρχουν δύο εργάτες για την ίδια εργασία. Να οριστεί το παραπάνω πρόβλημα ως ένα πρόβλημα αναζήτησης.

8. Το παιχνίδι Solitaire ("Μοναχικός") παίζεται από ένα μόνο παίκτη. Σε ένα κομμάτι ξύλο υπάρχουν τρύπες που διατάσσονται όπως στο Σχήμα 1.1. Κάθε τρύπα (εκτός από την κεντρική) έχουν βώλους.



Σχήμα 1.1: Το παιχνίδι Solitaire

Ο σκοπός του παιχνιδιού είναι να αφαιρεθούν όλοι οι βώλοι αδειάζοντας το ξύλο και μόνο ένας να παραμείνει στο κέντρο (ή όσο το δυνατόν λιγότεροι βώλοι έχοντας εξαντλήσει όλες τις πιθανές κινήσεις). Η μόνη κίνηση που επιτρέπεται είναι ένας βώλος να περάσει πάνω από έναν διπλανό (οριζόντια ή κάθετα, ποτέ διαγώνια) εφόσον η παραδιπλανή θέση είναι κενή (Σχήμα 1.2). Τότε ο κεντρικός βώλος αφαιρείται.



Σχήμα 1.2: Γραφική αναπαράσταση του τελεστή μετάβασης (επιτρεπτής κίνησης).

Μια κατάσταση μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

$$S = \{ \dots, (X, Y, Z), \dots \} \text{ για } X, Y \in \{1..7\}$$

όπου Z είναι είτε p (βώλος) ή e (άδεια θέση) ή $-$ (για συντεταγμένες χωρίς τρύπες, όπως η $(1, 1, -)$).

Να οριστεί το πρόβλημα Solitaire ως ένα πρόβλημα αναζήτησης.

9. Να οριστεί με ακρίβεια το πρόβλημα της οικογένειας που περνάει τη γέφυρα ως ένα πρόβλημα αναζήτησης. Υποθέστε ότι η κατάσταση περιγράφεται ως εξής:

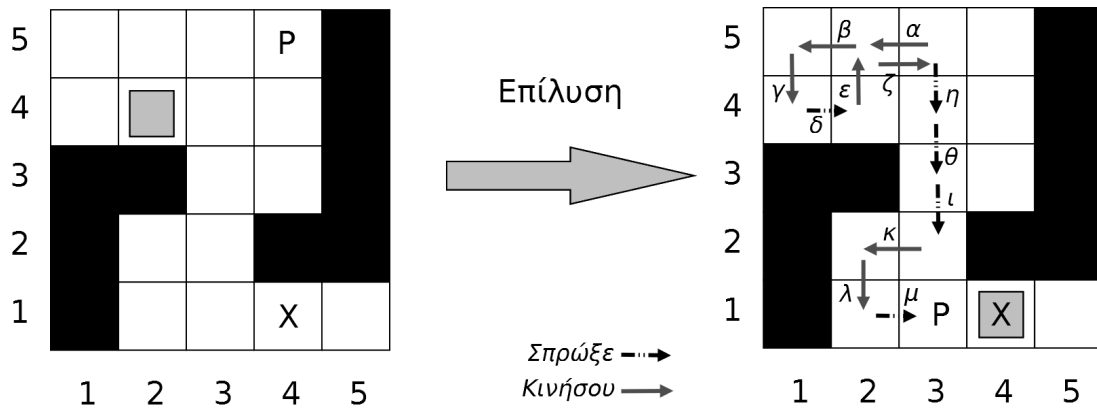
$$K = \{ \text{ΔενΕχουνΠερασει(ΑριστερηΜερια), ΕχουνΠερασει(ΔεξιαΜερια),} \\ \text{Φακός(Μεριά), ΔιάρκειαΣύνολο(ΧρόνοςΜέχριΤώρα),} \\ \text{Ρυθμός(G,12), Ρυθμός (F,8), Ρυθμός (M,6), Ρυθμός (S,3), Ρυθμός (B,1)} \}$$

όπου:

$$\text{ΑριστερήΜεριά, ΔεξιάΜεριά} \subseteq \{G, F, M, S, B\},$$

$$\text{Μεριά} \in \{ \text{Αριστερά, Δεξιά} \} \text{ και } \text{ΧρονοςΜεχριΤωρα} \in \mathbb{N}_0.$$

10. Το Sokoban είναι μια σπαζοκεφαλιά που παίζεται σε ένα λαβύρινθο με εμπόδια (Σχήμα 1.3). Ο παίκτης που συμβολίζεται με το P πρέπει να σπρώξει ένα κουτί από μια συγκεκριμένη θέση στη θέση αποθήκευσης που συμβολίζεται με X , όπως στο παρακάτω σχήμα. Ο παίκτης πρέπει να μένει μέσα στα όρια του λαβυρίνθου και να σπρώξει οριζόντια ή κάθετα (ποτέ διαγώνια και ποτέ μέσα από εμπόδια) το κουτί.



Σχήμα 1.3: Το παιχνίδι Sokoban

Έστω ότι μία κατάσταση μπορεί να περιγραφεί ως εξής::

$K = \{ \text{Παίκτης}(X_p, Y_p), \text{Κουτί}(X_{box}, Y_{box}), \text{Αποθήκη}(X_s, Y_s),$

$\text{Εμπόδια}(\{ \dots (X_i, Y_i) \dots \}) \}$

όπου $X_p, Y_p, X_{box}, Y_{box}, X_s, Y_s, X_i, Y_i \in \{1..5\}$

Να οριστεί το πρόβλημα Sokoban ως ένα πρόβλημα αναζήτησης. Μπορείτε να γενικεύσετε το πρόβλημα για πολλά κουτιά και ισάριθμες θέσεις αποθήκευσης;