ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Αλγόριθμοι Αναζήτησης σε Παίγνια Δύο Αντιπάλων

Ασκήσεις - Ερωτήσεις

1. Ο αλγόριθμος ΑΒ είναι ευρετικός; Να δικαιολογηθεί η απάντηση.

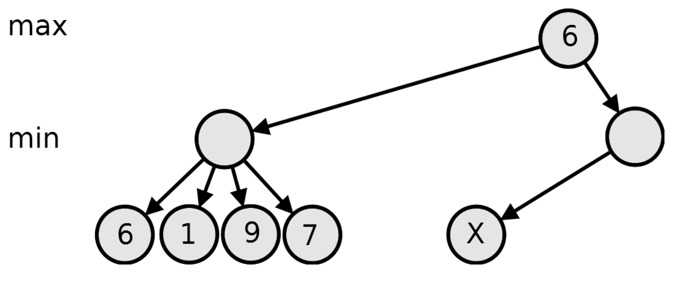
2. Θεωρείστε ένα δένδρο παιχνιδιού που δημιουργήθηκε από κάποια αρχική κατάσταση ενός παιγνίου δύο ατόμων. Έστω ότι το δένδρο έχει έναν παράγοντα διακλάδωσης ίσο με 4 και βάθος 2 επιπέδων. Οι τιμές των τερματικών κόμβων (από αριστερά προς τα δεξιά) είναι οι ακόλουθες:

   9, -12, 4, 5, -7, 0, 5, 3, -8, -2, -1, -9, 6, 4, 3, 2

   α) Θεωρήστε ότι είναι η σειρά του max να παίξει και εφαρμόστε τον αλγόριθμο Minimax για να βρείτε τη βέλτιστη κίνηση.

   β) Σχεδιάστε το δένδρο του παιχνιδιού, εάν αυτό ήταν πλήρως διατεταγμένο.

3. Στο παρακάτω τμήμα ενός δένδρου παιχνιδιού, τι εύρος τιμών πρέπει να έχει ο κόμβος X ώστε να αποκοπούν οι πέρα από το X τερματικές καταστάσεις από τον αλγόριθμο ΑΒ;



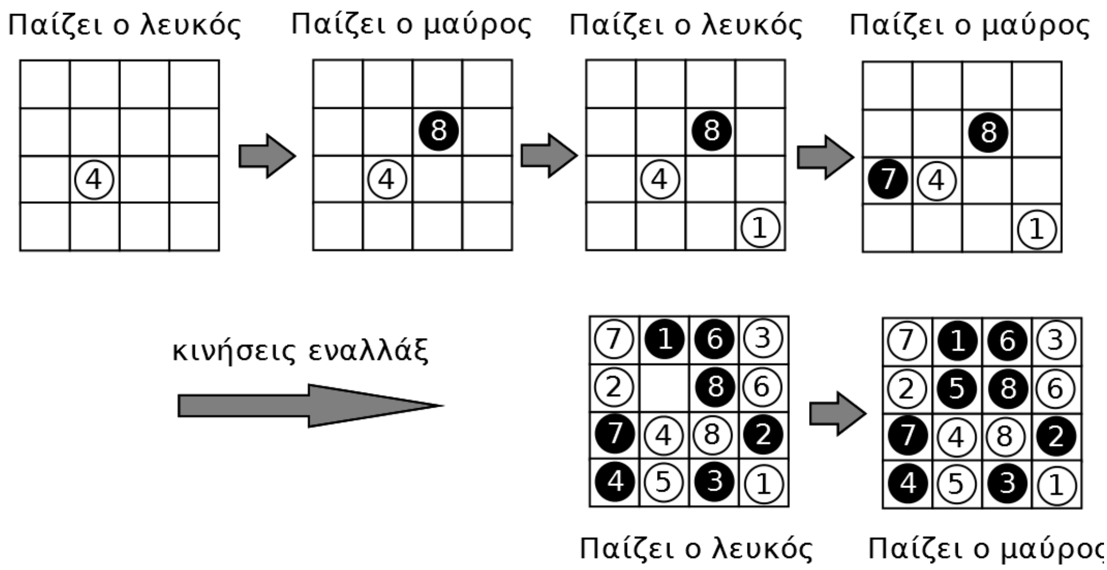
4. Έστω ότι ο υπολογιστικός χρόνος της συνάρτηση αξιολόγησης σε τερματικούς κόμβους ενός δένδρου παιχνιδιού είναι t msec (σταθερός), ενώ ο χρόνος επέκτασης ενός κόμβου στα παιδιά του είναι αμελητέος. Έστω ότι στο δένδρο παιχνιδιού με παράγοντα διακλάδωσης b εφαρμόζεται ο Minimax. Θεωρώντας την καλύτερη περίπτωση, αν εφαρμοζόταν ο αλγόριθμος ΑΒ θα μπορούσε να φτάσει την αναζήτηση μέχρι βάθος 8 στον ίδιο ή και σε λιγότερο χρόνο από αυτόν που κάνει ο Minimax για βάθος 5;

5. Ένα δένδρο παιχνιδιού έχει βάθος 3 και παράγοντα διακλάδωσης 4. Πόσους τερματικούς κόμβους θα εξετάσει ο minimax και πόσους (το λιγότερο και το περισσότερο) θα εξετάσει ο AB πάνω στο ίδιο δένδρο;

6. Το *NIM* είναι ένα παιχνίδι δύο ατόμων με εναλλάξ κινήσεις, στο οποίο αρχικά υπάρχει μία στοίβα με *N* πούλια. Στην πρώτη κίνηση, ο παίκτης χωρίζει τη στήλη στα δύο, σε όποιο σημείο θέλει. Προκύπτουν έτσι δύο στήλες. Ο επόμενος παίκτης κάνει το ίδιο για στήλη της επιλογής του, εφόσον αυτή έχει τουλάχιστον δύο πούλια. Το παιχνίδι συνεχίζεται κατ' αυτόν τον τρόπο και τελειώνει όταν ένας από τους παίκτες δεν μπορεί να κάνει την κίνηση (να χωρίσει μία στήλη) επειδή δεν υπάρχει στήλη με περισσότερα από δύο πούλια. Αυτός ο παίκτης χάνει.

   Σχεδιάστε το δένδρο του παιχνιδιού για *N*=7. Βαθμολογήστε με 1 τις καταστάσεις όπου ο παίκτης που αρχίζει το παιχνίδι κερδίζει και 0 αυτές που χάνει. Ποια ή ποιες κινήσεις δεν πρέπει να κάνει αυτός που αρχίζει το παιχνίδι;

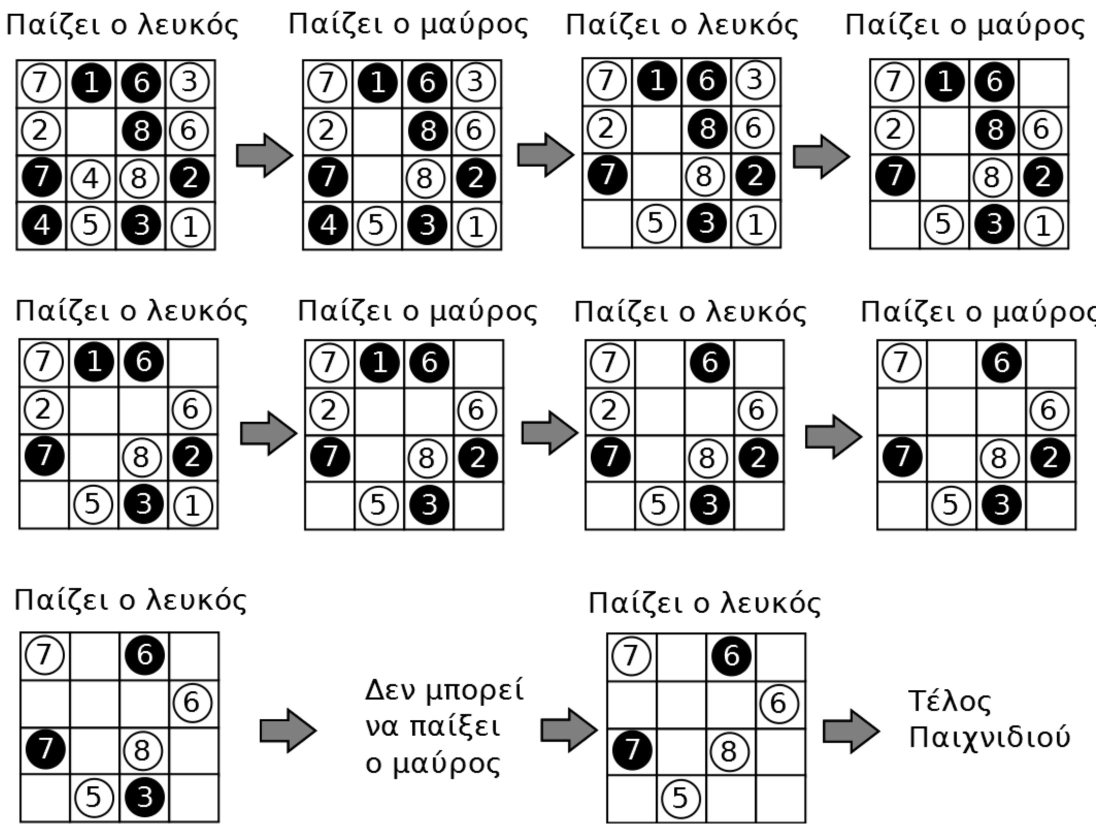
7. Η «*Επίθεση*» είναι ένα παιχνίδι δύο ατόμων πλήρους πληροφορίας. Υπάρχει ένας πίνακας *4×4* που αρχικά είναι άδειος. Κάθε παίκτης (λευκός ή μαύρος) έχει στη διάθεσή του *8* πιόνια με βαρύτητα *1* έως *8*. Το παιχνίδι έχει δύο φάσεις, την τοποθέτηση και την εξουδετέρωση. Στην πρώτη φάσης, ο κάθε παίκτης τοποθετεί ένα πιόνι σε ένα άδειο κουτάκι του πίνακα. Αυτό γίνεται μέχρι να μπουν και τα *16* πιόνια.



Τότε αρχίζει η φάση της εξουδετέρωσης. Ένας παίκτης μπορεί να εξουδετερώσει (σβήσει από τον πίνακα) ένα πιόνι του άλλου παίκτη. Η εξουδετέρωση ενός πιονιού με βαρύτητα *N* γίνεται όταν τα αμέσως γειτονικά (πάνω, κάτω, δεξιά και αριστερά) πιόνια του αντιπάλου έχουν άθροισμα μεγαλύτερο του *N*. Όταν ένας παίκτης δε μπορεί να εξουδετερώσει άλλο πιόνι του αντιπάλου χάνει τη σειρά του. Το παιχνίδι τελειώνει όταν κανείς δε μπορεί να παίξει πια. Νικητής είναι αυτός που έχει τα περισσότερα πιόνια σε αριθμό πάνω στον πίνακα ή σε περίπτωση ισαριθμίας αυτός που το άθροισμα των πιονιών του είναι μεγαλύτερο από του αντιπάλου του. Αλλιώς το παιχνίδι λήγει ισοπαλία. Το παρακάτω είναι ένα παράδειγμα μιας παρτίδας:

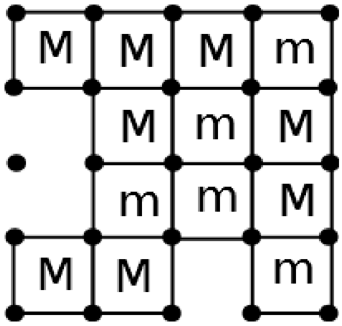
Στην πρώτη κίνηση ο λευκός εξουδετερώνει το μαύρο *5* γιατί αυτό περικυκλώνεται από το λευκό *2* και *4* (*2+4=6>5*). Μετά ο μαύρος εξουδετερώνει τον λευκό *4* γιατί γειτονεύει με το μαύρο (*7>4*), κ.ο.κ. μέχρις ότου ο μαύρος δε μπορεί να παίξει άλλο αλλά ο λευκός εξουδετερώνει το μαύρο *3* και αυτό είναι το τέλος του παιχνιδιού. Ο λευκός κερδίζει γιατί έχει στο τέλος *4* πιόνια ενώ ο μαύρος μόνο *2*.

- Ορίστε μία συνάρτηση αξιολόγησης για τις τερματικές καταστάσεις του παιχνιδιού.
- Δεδομένης μίας τοποθέτησης όπου και τα 16 πιόνια είναι στον πίνακα, εφαρμόστε τον αλγόριθμο Minimax για να βρείτε ποιά είναι η καλύτερη κίνηση για τον λευκό που παίζει πρώτος.
- Εφαρμόστε το αλγόριθμο ΑΒ στον ίδιο πίνακα.
- Υπάρχει περίπτωση να εφαρμόσετε κάποια τεχνική τοποθέτησης (ευρετική ή άλλη) ώστε η τοποθέτηση να εγγυηθεί στον λευκό ότι ο πίνακας που προκύπτει από την τοποθέτηση κερδίζει πάντα;



8. Το παρακάτω είναι ένα παιχνίδι 2 ατόμων. Σε ένα χαρτί υπάρχουν $N \times N$ τελείες. Κάθε παίκτης, όταν έρχεται η σειρά του, μπορεί να ενώσει δύο γειτονικές τελείες εάν αυτές δεν είναι ενωμένες. Γειτονικές τέλειες είναι αυτές που είναι δίπλα είναι σε οριζόντια ή κάθετα θέση αλλά ποτέ διαγώνια. Εάν μία κίνηση ολοκληρώνει ένα τετράγωνο ανάμεσα σε διπλανές τελείες, ο παίκτης μαρκάρει αυτό το τετράγωνο με τα αρχικά του. Όταν όλες οι κινήσεις ολοκληρωθούν ο παίκτης που έχει τα περισσότερα τετράγωνα στην κατοχή του είναι και ο νικητής. Ποιο είναι το ακριβές μέγεθος του δέντρου παιχνιδιού αρχίζοντας από ένα άδειο χάρτη που περιέχει 5×5

τέλειες; Να σχεδιάσετε το δέντρο παιχνιδιού ξεκινώντας από την παρακάτω κατάσταση. Θεωρήστε ότι ο M παίζει πρώτος.



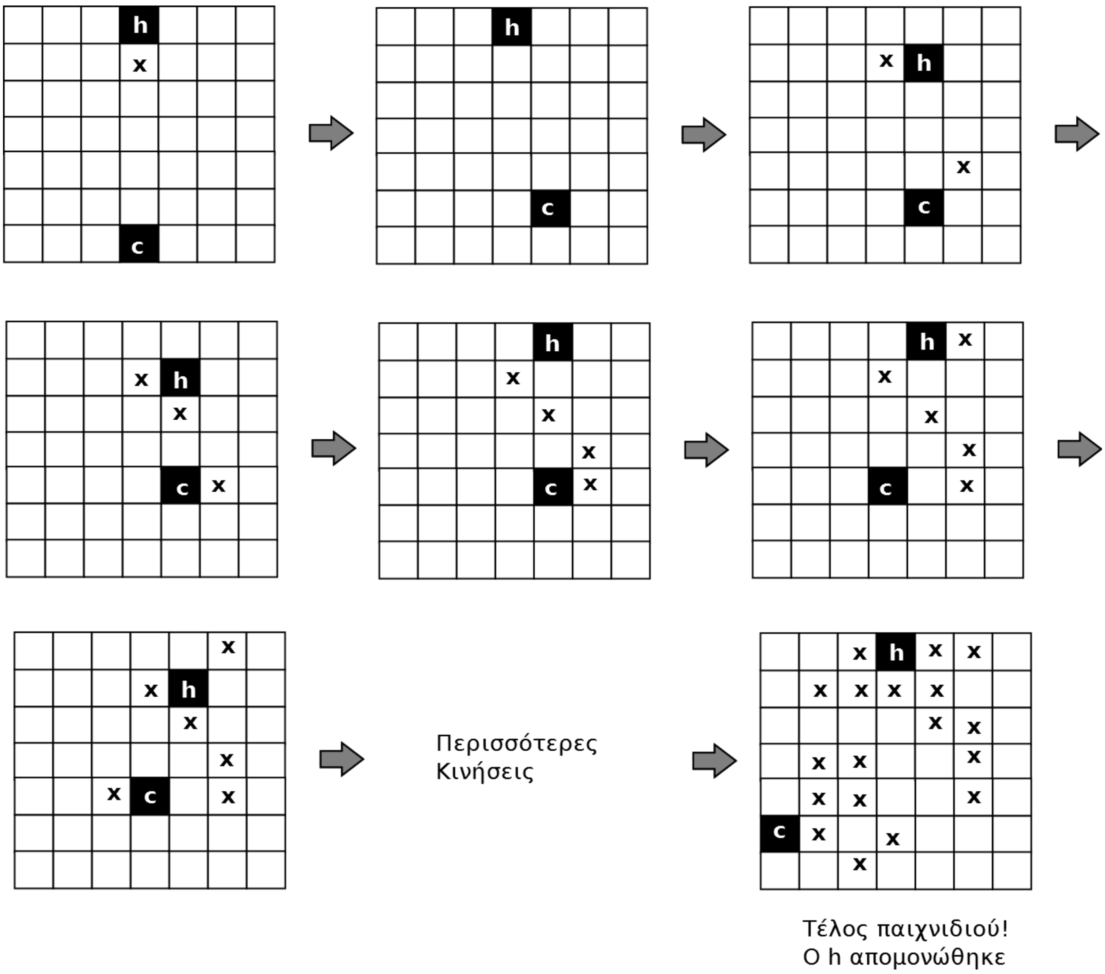
Σχεδιάστε μία ευρετική συνάρτηση για τις τερματικές καταστάσεις.

9. Το "αφαίρεσε το τετράγωνο" είναι ένα παιχνίδι δύο ατόμων που αρχίζει από έναν θετικό ακέραιο αριθμό N. Κάθε παίκτης, όταν έρθει η σειρά του, αφαιρεί από τον θετικό αυτό αριθμό το τετράγωνο ενός αριθμού X^2 που δεν είναι μεγαλύτερος από την τρέχουσα τιμή, δηλαδή $X^2 \leq N$. Ο τελευταίος παίκτης που μπορεί να κάνει μία αφαίρεση κερδίζει ή με άλλα λόγια ο παίκτης ο οποίος δεν μπορεί να παίξει άλλο χάνει. Σχεδιάστε το πλήρες δέντρο παιχνιδιού γεια N=8. Υποθέστε ότι ο max παίζει πρώτος και οι κινήσεις που έχει είναι δύο, δηλαδή μπορεί να αφαιρέσει μόνο 1^2 ή 2^2. Σχεδιάστε το πλήρες δέντρο παιχνιδιού γεια N=8. Υποθέστε ότι ο MAX παίζει πρώτος. Βάλτε τις τιμές +1 ή -1 στους τερματικούς κόμβους ανάλογα με το ποιος κερδίζει και ποιος χάνει. Εφαρμόστε τον αλγόριθμο minimax και βρείτε ποια είναι η καλύτερη κίνηση για τον max, η -1^2 ή η -2^2;

10. Οι άνθρωποι καθημερινά ξοδεύουν 15 λεπτά κάθε μέρα για να αποφασίσουν τι θα φορέσουν έτσι ώστε να δείχνουν πιο όμορφοι. Εάν δεν το κάνανε αυτό, θα μπορούσαν να έχουν ελευθερώσει εκατομμύρια ώρες. Παρόλα αυτά, εάν δεν το κάνουν μερικοί από αυτούς μπαίνουν στον πειρασμό να βάλουν ωραία ρούχα και να περιποιηθούν τον εαυτό τους και έτσι να έχουν το πλεονέκτημα απέναντι στους άλλους γιατί θα δείχνουν πιο όμορφοι. Έτσι λοιπόν όλοι παίρνουν την λογική απόφαση να σπαταλήσουν αυτά τα 15 λεπτά κάθε μέρα. Εξηγήστε γιατί αυτή η απόφαση οδηγεί σε ισορροπία κατά Nash που δεν είναι βέλτιστη κατά Pareto ως προς το χρόνο που χάθηκε.

11. Δύο αυτόνομα αυτοκίνητα έρχονται από δύο διαφορετικούς δρόμους για να συναντηθούν σε μία διασταύρωση. Καθώς πλησιάζουν στη διασταύρωση βλέπουν το ένα το άλλο. Κάθε ένα από τα αυτοκίνητα έχει δύο επιλογές: είτε να "σταματήσει" (δηλαδή να φρενάρει) ή να "φύγει" (δηλαδή να συνεχίσει κανονικά). Εάν και τα δύο συνεχίσουν τότε θα συγκρουστούν, με ανταπόδοση -10 για το καθένα. Εάν ένα από τα δύο συνεχίσει η ανταπόδοση γι αυτό είναι +10, ενώ για το άλλο που σταματά είναι -5 γιατί καθυστερεί. Αν και τα δύο σταματήσουν η ανταπόδοση για το καθένα είναι -5, είναι γιατί καθυστερούν και τα δύο. Σχεδιάστε το πίνακα ανταπόδοσης για τα αυτοκίνητα 1 και 2. Εξηγήστε γιατί αυτή η απόφαση οδηγεί σε ισορροπία κατά Nash που δεν είναι βέλτιστη κατά Pareto.

12. Το “Isola” είναι ένα παιχνίδι δύο ατόμων. Παίζεται σε ένα πλέγμα 7×7 το οποίο αρχικά περιέχει δύο κομμάτια (h και c), ένα για κάθε παίκτη (άνθρωπο και υπολογιστή αντίστοιχα). Και οι δύο παίκτες μπορούν να κάνουν την εξής κίνηση: να μετακινήσουν το πιόνι τους σε μία γειτονική θέση οριζόντια, κάθετα η διαγώνια εφόσον αυτή η θέση είναι άδεια και ταυτόχρονα να διαγράψουν μία κενή θέση από το πλέγμα. Χαμένος του παιχνιδιού είναι αυτός που δεν μπορεί να κουνήσει το πιόνι του σε μία γειτονική θέση, δηλαδή έχει απομονωθεί. Δεν υπάρχει ισοπαλία. Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα παράδειγμα παιχνιδιού.



Ποιο είναι το μέγεθος του δέντρου παιχνιδιού αρχίζοντας από ένα άδειο πλέγμα; Είναι το ίδιο μέγεθος σε κάθε στάδιο του παιχνιδιού; Σχεδιάστε μέρος του δένδρου παιχνιδιού θεωρώντας μια οποιαδήποτε αρχική κατάσταση. Σχεδιάστε μία ευρετική συνάρτηση αξιολόγησης για τερματικές καταστάσεις. Κάντε μια λίστα με όλα τα κριτήρια τα οποία χρησιμοποιείτε για να αξιολογήσετε ποιός έχει το πλεονέκτημα σε κάθε τερματική κατάσταση. Δώστε παραδείγματα από τερματικές καταστάσεις και τιμές αξιολογήσεις που προκύπτουν από αυτήν την ευρετική συνάρτηση.