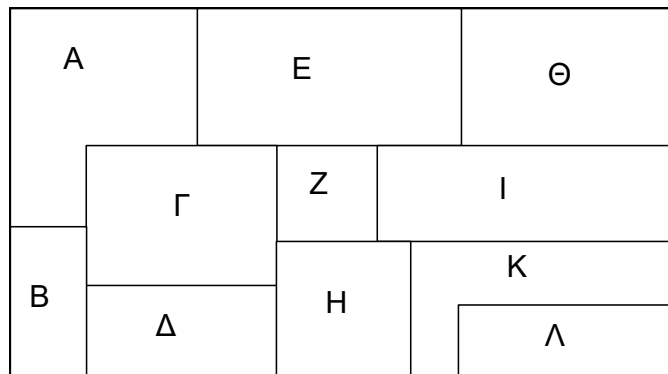

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

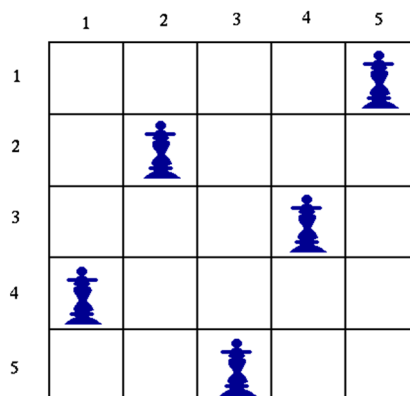
Ικανοποίηση Περιορισμών

Ασκήσεις - Ερωτήσεις

1. Το πρόβλημα χρωματισμού χαρτών (map coloring problem) συνίσταται στο να χρωματιστούν διαφορετικές περιοχές ενός χάρτη έχοντας έναν ορισμένο αριθμό χρωμάτων, έτσι ώστε γειτονικές περιοχές να μην έχουν το ίδιο χρώμα. Για τον παρακάτω χάρτη, περιγράψτε το πρόβλημα σαν πρόβλημα επίλυσης περιορισμών και δώστε τα πρώτα βήματα εκτέλεσης του.



2. Το πρόβλημα των N βασίλισσών αφορά στην τοποθέτηση σε μια σκακιέρα $N \times N$ των βασίλισσών, χωρίς να απειλούν η μια την άλλη. Μια λύση του προβλήματος, για $N=5$, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



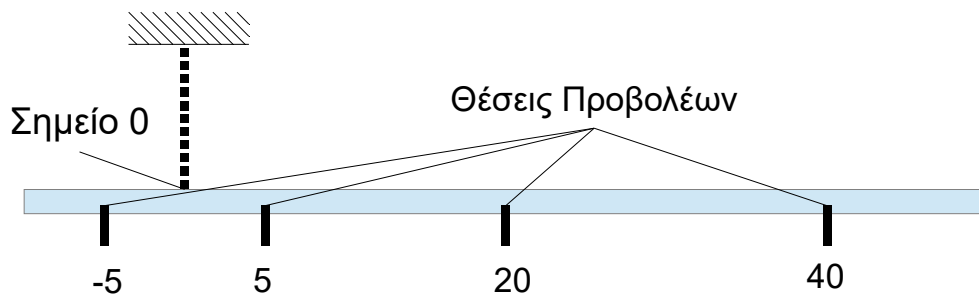
Να αναπαρασταθεί το πρόβλημα ως πρόβλημα επίλυσης περιορισμών και να υλοποιηθεί σε μια γλώσσα λογικού προγραμματισμού με περιορισμούς.

3. Ένα κλασικό πρόβλημα που αναφέρεται πολύ συχνά στη βιβλιογραφία είναι το πρόβλημα των μαγικών τετραγώνων. Ένα μαγικό τετράγωνο είναι ένας πίνακας $n \times n$ ακεραίων στο διάστημα $1..n^2$, όπου κάθε θέση του πίνακα περιέχει ένα διαφορετικό ακέραιο και το άθροισμα κάθε στήλης, γραμμής και διαγωνίων είναι πάντα ο ίδιος αριθμός, $(n \times (n^2 + 1)) / 2$. Για παράδειγμα, για $n=3$ το μαγικό τετράγωνο είναι:

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 2 | 7 | 6 | =15 |
| 9 | 5 | 1 | =15 |
| 4 | 3 | 8 | =15 |
| =15 | =15 | =15 | =15 |

Να ορίσετε το πρόβλημα ως πρόβλημα περιορισμών και να βρείτε τη λύση.

4. Ένας αρχιτέκτονας θέλει να ισορροπήσει τέσσερα διαφορετικά φωτιστικά σώματα σε μια δοκό η οποία αναρτάται από ένα σημείο. Η δοκός φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, όπου εμφανίζονται οι θέσεις των φωτιστικών σωμάτων και το σημείο ανάρτησης. Αν
- τα διαθέσιμα φωτιστικά έχουν βάρη που δίνονται από την ακόλουθη λίστα [20,30,50,60, 90,100,150,250,500],
 - οι θέσεις στη δοκό θα πρέπει έχουν φωτιστικά διαφορετικού βάρους (αρχιτεκτονική επιλογή)
 - και η δοκός να ισορροπεί, δηλαδή η ροπή (βάρος \times απόσταση) αριστερά του σημείου ανάρτησης να είναι ίση με την ροπή δεξιά του σημείου ανάρτησης (θεωρούμε ότι η δοκός δεν έχει βάρος),



5. Το ακόλουθο αποτελεί ένα από τα κλασικά αριθμητικά puzzle. Λύστε το πρόβλημα μοντελοποιώντας το, ως πρόβλημα ικανοποίησης περιορισμών.

| | | | | | | |
|--|---|--|---|---|---|----|
| | + | | + | | = | 30 |
| | + | | + | | = | 18 |
| | - | | = | 2 | | |
| | + | | + | | = | ?? |

6. Ένας server πρέπει να εκτελέσει μια σειρά από εργασίες:

- εργασία A, με cpu load 60, διάρκειας 2 ωρών
- εργασία B, με cpu load 30, διάρκειας 1 ωρών
- εργασία C, με cpu load 50, διάρκειας 2 ωρών
- εργασία D, με cpu load 40, διάρκειας 5 ωρών

Αν όλες οι εργασίες μπορούν να ξεκινήσουν την χρονική στιγμή 0, να μοντελοποιήσετε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα περιορισμών, και να δείξετε την εύρεση μιας λύσης.

Να υλοποιήσετε τη μοντελοποίησή σας σε ένα σύστημα προγραμματισμού με περιορισμούς και να βρείτε τη βέλτιστη λύση.

7. Σε ένα δορυφόρο πρέπει να προγραμματιστούν οι ακόλουθες ενέργειες:

- φωτογράφιση, η οποία διαρκεί 5 χρονικές στιγμές και καταναλώνει 5W ενέργειας, και πρέπει να ολοκληρωθεί πριν από την 10 χρονική στιγμή,
- επεξεργασία φωτογραφιών, η οποία διαρκεί 6 χρονικές στιγμές και μπορεί να ξεκινήσει 2 χρονικές στιγμές μετά από την έναρξη της φωτογράφισης, και η οποία καταναλώνει 12W ενέργειας
- αποστολή των φωτογραφιών που διαρκεί 8 χρονικές στιγμές και πρέπει να γίνει μετά το τέλος της επεξεργασίας των φωτογραφιών. Η αποστολή καταναλώνει 8 W.
- διόρθωση της πορείας, που διαρκεί 4 χρονικές στιγμές, καταναλώνει 10 W και πρέπει να έχει ολοκληρωθεί πριν από την 25η χρονική στιγμή.

Αν οι ηλιακοί συλλέκτες του δορυφόρου μπορούν να αποδώσουν το πολύ 18W σε κάθε χρονική στιγμή, και θα θέλαμε οι εργασίες να ολοκληρωθούν στο συντομότερο χρονικό διάστημα, μοντελοποιήσετε το πρόβλημα ως πρόβλημα επίλυσης περιορισμών και να δείξετε πως βρίσκεται η πρώτη λύση.

8. Τρεις πάροχοι προσφέρουν διαδικτυακό χώρο αποθήκευσης (cloud storage) σε διαφορετικές χωρητικότητες (GB) και σε διαφορετικές τιμές, που εκφράζεται με τα ακόλουθα γεγονότα:

| Πάροχος | Προσφορές σε GB | Τιμές |
|-----------|--------------------|--------------|
| Πάροχος A | [0,750,1000,1500] | [0,10,13,17] |
| Πάροχος B | [0,500,1250,2000] | [0,8,12,22] |
| Πάροχος C | [0,1000,1750,2000] | [0,15,18,25] |
| Πάροχος D | [0,1000,1500,1750] | [0,13,15,17] |

όπου στη πρώτη στήλη δίνεται το όνομα της εταιρείας, στη δεύτερη οι επιλογές του αποθηκευτικού χώρου ως λίστα και στην τρίτη οι αντίστοιχες τιμές. Για παράδειγμα η εταιρεία a, προσφέρει 750 GB, με 10 ευρώ. Έστω ότι (α) ο συνολικός χώρος που θα πρέπει να αποκτήσουμε είναι μεγαλύτερος από 3600 GB και μικρότερος από 4600 GB, (β) η συνολική τιμή θα πρέπει να είναι η μικρότερη δυνατή, και (γ) μπορεί να γίνει μόνο ένα συμβόλαιο με κάθε εταιρεία. να μοντελοποιήσετε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα περιορισμών, και να δείξετε την εύρεση μιας λύσης.

Να υλοποιήσετε τη μοντελοποίησή σας σε ένα σύστημα προγραμματισμού με περιορισμούς και να βρείτε τη βέλτιστη λύση, δηλαδή εκείνη με την μικρότερη τιμή.

9. Ένας φοιτητής θα πρέπει την τρέχουσα εξεταστική περίοδο να συμμετέχει στην εξέταση ενός συνόλου μαθημάτων. Για κάθε μάθημα ο φοιτητής χρειάζεται να μελετήσει ένα διαφορετικό χρονικό διάστημα και πρέπει να έχει ολοκληρώσει την μελέτη πριν από την ημερομηνία των εξετάσεων.

| Μάθημα | Διάρκεια Μελέτης | Ημερομηνία Εξετάσεων |
|---------|------------------|----------------------|
| course1 | 3 | 12 |
| course2 | 5 | 20 |
| course3 | 2 | 8 |
| course4 | 7 | 22 |

Για παράδειγμα το μάθημα course1, απαιτεί 3 μέρες μελέτη και η ημερομηνία εξετάσεων είναι η 12 του τρέχοντος μήνα.

Αν (α) ο φοιτητής ξεκίνησε το διάβασμα την 1η του μήνα, (β) δεν μπορεί να διαβάσει 2 μαθήματα ταυτόχρονα και (γ) η μελέτη θα πρέπει να έχει ολοκληρωθεί πριν την ημερομηνία των εξετάσεων, να μοντελοποιήσετε το πρόβλημα ως πρόβλημα ικανοποίησης περιορισμών.

10. Μια εταιρεία, η οποία έχει 12 διαφορετικά τμήματα, θα εγκατασταθεί σε ένα νέο κτίριο καταλαμβάνοντας 3 ορόφους, καθένας από τους οποίους έχει 40 γραφεία. Οι απαιτήσεις των τμημάτων σε γραφεία δίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

| Τμήμα | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 | T7 | T8 | T9 | T10 | T11 | T12 |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| Γραφεία | 9 | 6 | 11 | 13 | 9 | 12 | 11 | 11 | 7 | 10 | 11 | 10 |

Δεδομένου ότι τα ορισμένα τμήματα έχουν καθημερινή συνεργασία, για την καλύτερη οργάνωση της εταιρείας θα πρέπει να βρίσκονται στον ίδιο όροφο. Τα τμήματα αυτά είναι τα T1 και T3, T2 και T4, T8 και T9.

- α) Να περιγραφεί το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα επίλυσης περιορισμών.
β) Να δοθούν τα πρώτα βήματα της επίλυσης με χρήση του αλγόριθμου AC-3.

11. Το απλουστευμένο πρόβλημα του ταξιδιωτικού σάκου (knapsack problem), που περιγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, είναι ένα πρόβλημα που χρησιμοποιείται ευρέως στην επιχειρησιακή έρευνα. Δοθέντων N αντικειμένων, κάθε ένα από τα οποία έχει αξία p_i και βάρος w_i , καθώς και ενός σάκου χωρητικότητας M μονάδων βάρους, να τοποθετηθούν όσο το δυνατόν περισσότερα αντικείμενα μέσα στο σάκο χωρίς να γίνει υπέρβαση της χωρητικότητάς του έτσι ώστε η αξία των αντικειμένων να είναι μεγαλύτερη μιας τιμής C . Στη γενική περίπτωση αναζητείται η λύση που θα μεγιστοποιεί την αξία των αντικειμένων που εισάγονται στο σάκο. Να περιγραφεί το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα περιορισμών.